Кривеженко Иван Васильевич

Класс 10
Статус: Призер!
Набрано баллов: 58

Задание №: 1

Расходы на электроэнергию некоторого предприятия рассчитываются следующим образом:

N(x)=A*x, где x руб – стоимость 1 (квт*ч) , A=90000-15000*x (квт*ч)-количество потребляемой электроэнергии в месяц.

В начале 2021 года стоимость электроэнергии x возросла на 20% . Это привело к тому, что предприятие было вынуждено сократить потребление энергии A так, что расходы остались на уровне до повышения цены.

В начале 2022 года завод оборудовали ветрогенераторами, солнечными батареями, модернизировали систему освещения и вентиляции, за счет чего удалось уменьшить стоимость x. Это дало возможность расширить производство и поднять потребление A до уровня, при котором расходы N(x) будут принимать максимальное значение.

1) Определите стоимость электроэнергии и расходы на электроэнергию до и после повышения стоимости x в начале 2021 года

2) Определите стоимость электроэнергии и расходы на электроэнергию после расширения производства в начале 2022 года

Общий балл за задание: 19

Файл участника на следующей странице:

Задача 1 (решение на 2 листах)

(1) $N(x) = A \cdot x$

1) Для 2020 года:

$N(x)_{2020} = A \cdot x = (90000 - 15000 \cdot x)x = 90000x - 15000x^2$

2) Для 2021 года:

$N(x)_{2021} = A \cdot x = (90000 - 15000 \cdot 1{,}2x) \cdot 1{,}2x =$
$= 108000x - 21600x^2$

т.к. расходы не изменились, то

$N(x)_{2020} = N(x)_{2021}$

$90000x - 15000x^2 = 108000x - 21600x^2$

$18000x - 6600x^2 = 0$

$600x(30 - 11x) = 0$

$x(30 - 11x) = 0$

$x = 0$

$x = \frac{30}{11}$

1) $\frac{30}{11} \cdot 1{,}2 = \frac{36}{11}$ руб

Т.к. электроэнергия не бесплатная, то стоимость 1 кВт.ч в 2020 году (до повышения): $\frac{30}{11}$ руб, а после повышения в 2021 году – $\frac{36}{11}$ руб.

Расход до повышения:

$N(x)_{2020} = 90000 \cdot \frac{30}{11} - 15000\left(\frac{30}{11}\right)^2 =$
$133884{,}3$ руб

$N(x)_{2021} = 90000 \cdot \frac{36}{11} - 15000 \cdot \left(\frac{36}{11}\right)^2 =$
$= 133884{,}3$ руб

(2) $N(x) = A \cdot x$

$N(x) = (90000 - 15000x)x = 90000x - 15000x^2$

графиком функции $N(x)$ – парабола, ветви вниз, это значит, что

~~Наибольшая верхняя точка~~

$(x_0; y_0)$ - вершина параболы, где y_0 - расходы на электроэнергию (максимальное возможное значение), а x_0 - стоимость электроэнергии, такое, чтобы расходы на электроэнергию были максимальны тогда, найдем x_0:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$x_0 = \frac{-90000}{-2 \cdot 15000} = \frac{90}{30} = 3 \text{ руб}$$

$$y_0 = (90000 - 15000x_0)x_0 =$$

$$= (90000 - 15000 \cdot 3) \cdot 3 = 135000 \text{ руб}$$

~~т.е. стоимость электроэнергии - 135000 руб~~

т.е. стоимость электроэнергии - 3 руб, а расходы электроэнергии после расширения производства в начале 2022 года - 135000 руб

Задание №: 2

Решите неравенство:

$$\left(3^x - \frac{0,5^{2x}}{3^{x-2}}\right):\left(0,5^x - \frac{0,5^{x+1}}{6^{x-1}}\right) \leq 15$$

Общий балл за задание: 5

Файл участника на следующей странице:

ЗАДАЧА 2 (решение на 1 листе) 1/1

$$\left(3^x - \frac{0{,}5^{2x}}{3^{x-2}}\right) : \left(0{,}5^x - \frac{0{,}5^{x+1}}{6^{x-1}}\right) \le 15$$

$$\left(\frac{3^x \cdot 3^{x-2} - 0{,}5^{2x}}{3^{x-2}}\right) : \left(\frac{0{,}5^x \cdot 6^{x-1} - 0{,}5^{x+1}}{6^{x-1}}\right) \le 15$$

$$\frac{3^{x+x-2} - 0{,}5^{2x}}{3^{x-2}} \cdot \frac{6^{x-1}}{0{,}5^x \cdot 6^{x-1} - 0{,}5^{x+1}} \le 15$$

$$\frac{3^{2(x-1)} - 0{,}5^{2x}}{3^{x-2}} \cdot \frac{6^{x-1}}{0{,}5(0{,}5^{x-1} \cdot 6^{x-1} - 0{,}5^x)} \le 15$$

$$\frac{\cancel{(3^{x-1} - 0{,}5^x)}(3^{x-1} + 0{,}5^x) \cdot 6^{x-1}}{3^{x-2} \cdot 0{,}5\cancel{(3^{x-1} - 0{,}5^x)}} \le 15$$

$$\frac{(3^{x-1} + 0{,}5^x) \cdot 6^{x-1}}{0{,}5 \cdot 3^{x-2}} \le 15$$

$$\frac{(3^{x-1} + 0{,}5^x) \cdot 2^{x-1} \cdot \cancel{3^{x-1}}\, 3}{0{,}5 \cdot \cancel{3^{x-2}}} \le 15$$

$$\frac{(3^{x-1} + 0{,}5^x) 2^{x-1} \cdot 3}{0{,}5} \le 15$$

$$(6^{x-1} + 0{,}5^x \cdot 2^{x-1}) \cdot \frac{3}{0{,}5} \le 15$$

$$6(6^{x-1} + 0{,}5^x \cdot 2^{x-1}) \le 15$$

$$6^{x-1+1} + 0{,}5^x \cdot 2^{x-1} \cdot 2 \cdot 3 \le 15$$

$$6^x + 0{,}5^x \cdot 2^{x-1+1} \cdot 3 \le 15$$

$$6^x + 0{,}5^x \cdot 2^x \cdot 3 \le 15$$

$$6^x + 1^x \cdot 3 \le 15$$

$1^x = 1$, тогда

$$6^x + 1 \cdot 3 \le 15$$

$$6^x \le 15 - 3$$

$$6^x \le 12$$

$$6^x \le 12$$

$$x \le \log_6 12$$

$$x \le \log_6 (6 \cdot 2)$$

$$x \le \log_6 6 + \log_6 2$$

$$x \le 1 + \log_6 2$$

$$x \in (-\infty; 1 + \log_6 2]$$

Ответ: $x \in (-\infty; 1 + \log_6 2]$.

Задание №: 3

Решите уравнение:

$9^{\sin x}+9^{1-\sin x}-3^{\sin x}-3^{1-\sin x}=6$

Общий балл за задание: 20

Файл участника на следующей странице:

Задача 3. (решение на 1 листе)

$$9^{\sin x} + 9^{1-\sin x} - 3^{\sin x} - 3^{1-\sin x} = 6$$

$$3^{2\cdot\sin x} + 9\cdot 9^{-\sin x} - 3^{\sin x} - 3\cdot 3^{-\sin x} = 6$$

$$3^{2\cdot\sin x} + 9\cdot\frac{1}{9^{\sin x}} - 3^{\sin x} - 3\cdot\frac{1}{3^{\sin x}} = 6$$

$$3^{2\cdot\sin x} + 9\cdot\frac{1}{3^{2\cdot\sin x}} - 3^{\sin x} - 3\cdot\frac{1}{3^{\sin x}} = 6$$

Пусть $3^{\sin x} = t$, тогда

$$t^{2}{}^{\backslash t^2} + 9\cdot\frac{1}{t^2}{}^{\backslash 1} - t^{\backslash t^2} - 3\cdot\frac{1}{t}{}^{\backslash t} = 6^{\backslash t^2}$$

$$\frac{t^4 + 9 - t^3 - 3t - 6t^2}{t^2} = 0$$

$$\begin{cases} t^4 - t^3 - 6t^2 - 3t + 9 = 0 \\ t^2 \neq 0 \end{cases}$$

(1)
$$\begin{array}{l|l} t^4 - t^3 - 6t^2 - 3t + 9 & t-1 \\ \hline -\ t^4 - t^3 & t^3 - 6t - 9 \\ \quad -6t^2 - 3t & \\ \quad -\ -6t^2 + 6t & \\ \qquad -9t + 9 & \\ \qquad -\ -9t + 9 & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$$\begin{cases} (t-1)(t^3 - 6t - 9) = 0 \\ t \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t-1)(t-3)(t^2 + 3t + 3) = 0 \\ t \neq 0 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{array}{l|l} t^3 - 6t - 9 & t-3 \\ \hline -\ t^3 - 3t^2 & t^2 + 3t + 3 \\ \quad 3t^2 - 6t & \\ \quad -\ 3t^2 - 9t & \\ \qquad 3t - 9 & \\ \qquad -\ 3t - 9 & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \\ t \notin \mathbb{R} \end{array}\right. \\ t \neq 0 \end{cases}$$

(3) $t^2 + 3t + 3 = 0$

$D = 9 - 4\cdot 3 < 0$

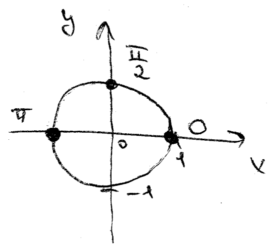
$t \notin \mathbb{R}$

$$\left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \end{array}\right.$$

Выполним обратную замену:

$$\left[\begin{array}{l} 3^{\sin x} = 1 \\ 3^{\sin x} = 3 \end{array}\right. ; \quad \left[\begin{array}{l} 3^{\sin x} = 3^0 \\ 3^{\sin x} = 3^1 \end{array}\right. ; \quad \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{array}\right. ;$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{array}\right. ; \quad k \in \mathbb{Z}$$



Ответ: $x = \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$,

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

Задание №: 4

Во время экспедиции в Антарктиду исследователи наткнулись на ледяной каньон, который невозможно объехать.

В поисках способа переправить людей и грузы через каньон, была предложена идея собрать из подручных материалов воздушный шар. В распоряжении группы есть 576 квадратных метров прочного материала с поверхностной плотностью 0,5 кг/м^3. Температура окружающего воздуха -38 по Цельсию, атмосферное давление нормальное – 10^5 Па. Молярная масса воздуха 29 г/моль. Эксперимент показал, что воздух в шаре при помощи имеющихся горелок удаётся нагреть до 85 градусов Цельсия.

Рассчитайте, груз какой массы можно поднять в воздух на таком воздушном шаре?

Общий балл за задание: 14

Файл участника на следующей странице:

ЗАДАЧА 4 (решение на 2 листах)

1. Площадь поверхности шара рассчитывается по формуле:

$$S = 4\pi R^2 \implies R^2 = \frac{S}{4\pi} \implies R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}} \quad (1)$$

2. Объем шара:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (2)$$

Подставим в (2) формулу (1):

$$V = \frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{\frac{S}{4\pi}}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{S}{4\pi} \cdot \sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \frac{S}{3}\sqrt{\frac{S}{4\pi}} \quad (3)$$

3. Шар поднимает груз при условии $\quad V = \frac{576}{3}\cdot\sqrt{\frac{576}{4\cdot\pi}} \approx 1300 м^3$

$$(M+m)g + m_ш g = \rho V g \quad (4)$$

M – масса оболочки шара, m – масса груза

$m_ш$ – масса воздуха в шаре

$\rho V = m_a$ – масса воздуха вне шара

4. При нагревании воздуха в шаре его давление и объем не меняются.

Тогда, по уравнению Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m_ш}{\mu} R T_ш = \frac{m_б}{\mu} R T_a$$

$$m_ш = m_a \frac{T_a}{T_ш} = \rho V \frac{T_a}{T_ш}$$

5.

$$m_a - m_ш = \rho V\left(1 - \frac{T_a}{T_ш}\right)$$

$$M + m = \rho V\left(1 + \frac{T_a}{T_ш}\right)$$

6. Перейдем к (4):

$$(M+m)g + m_ш g = \rho V g$$

$$M + m + m_ш = \rho V$$

$$M + m = \rho V - m_ш \; ; \quad M + m = \rho V - m_ш$$

$$M + m = m_a - m_ш$$

~~5~~.7.

$$m_a - m_ш = \rho V\left(1 - \frac{T_a}{T_ш}\right)$$

$$M + m = \rho V\left(1 - \frac{T_a}{T_ш}\right)$$

$$m = \rho V\left(1 - \frac{T_a}{T_ш}\right) - M \quad (5)$$

8. Найдем массу оболочки шара:

$$M = V \cdot \rho$$

$$M = \frac{S}{3}\sqrt{\frac{S}{4\pi}} \cdot \rho$$

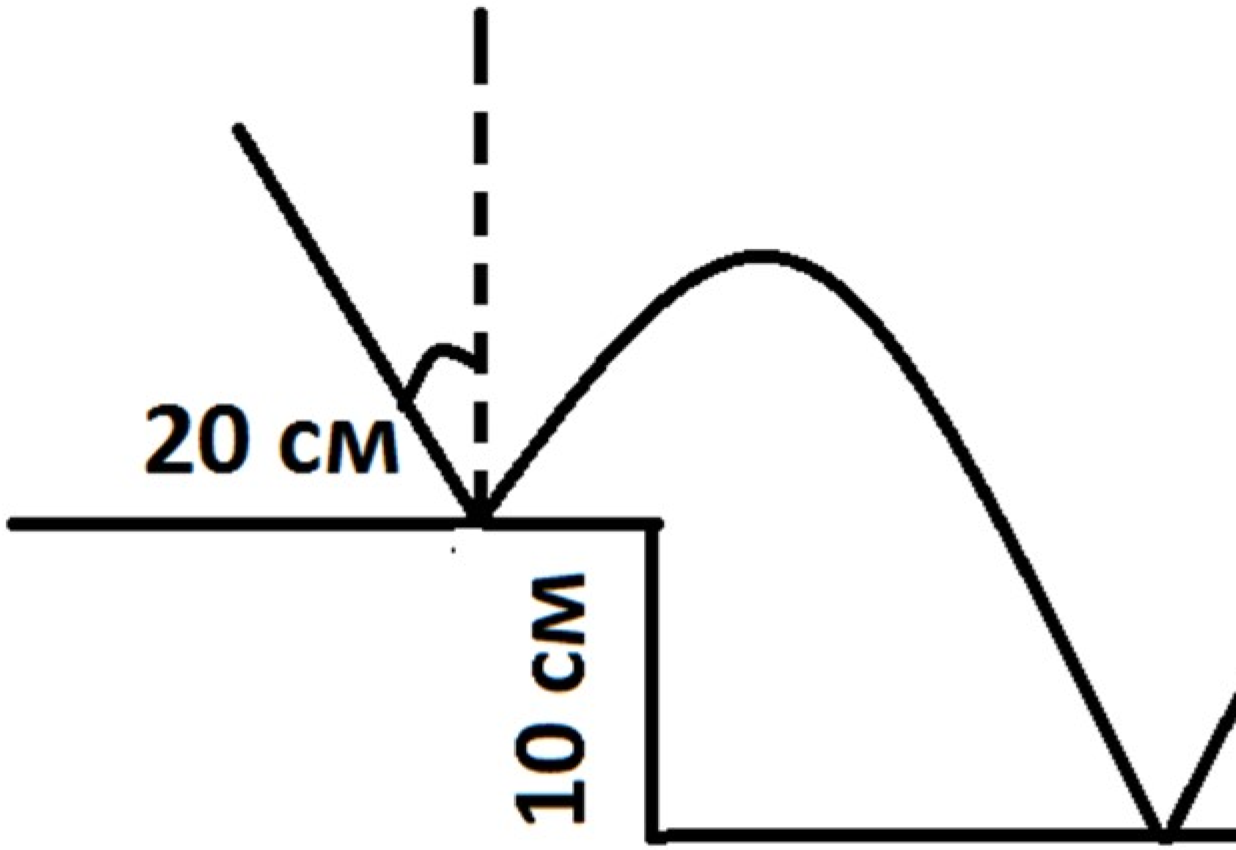
$$M = \frac{576}{3} \cdot \sqrt{\frac{576}{4 \cdot \pi}} \cdot 0{,}5 = 650 \text{ кг}$$

Вернемся к формуле (5):

$$m = \rho V \left(1 - \frac{T_a}{T_м}\right) - M$$

Задание №: 5

Шарик бросают на ступени лестницы под углом α(альфа) к вертикали, после чего он начинает отскакивать от каждой ступеньки, теряя при каждом ударе половину своей энергии. Найдите под каким углом и с какой начальной скоростью должен быть брошен мяч, чтобы он мог спуститься по лестнице с произвольным числом ступеней. Длина ступени 20 см, ширина - 10 см.



Общий балл за задание: 0