

Пушкарь Иван Федорович

Класс 10

Статус: Призер!

Набрано баллов: 35

Задание №: 1

Расходы на электроэнергию некоторого предприятия рассчитываются следующим образом:

$N(x)=A*x$, где x руб – стоимость 1 (квт*ч) , $A=90000-15000*x$ (квт*ч)-количество потребляемой электроэнергии в месяц.

В начале 2021 года стоимость электроэнергии x возросла на 20% . Это привело к тому, что предприятие было вынуждено сократить потребление энергии A так, что расходы остались на уровне до повышения цены.

В начале 2022 года завод оборудовали ветрогенераторами, солнечными батареями, модернизировали систему освещения и вентиляции, за счет чего удалось уменьшить стоимость x . Это дало возможность расширить производство и поднять потребление A до уровня, при котором расходы $N(x)$ будут принимать максимальное значение.

1) Определите стоимость электроэнергии и расходы на электроэнергию до и после повышения стоимости x в начале 2021 года

2) Определите стоимость электроэнергии и расходы на электроэнергию после расширения производства в начале 2022 года

Общий балл за задание: 0

Задание №: 2

Решите неравенство:

$$\left(3^x - \frac{0,5^{2x}}{3^{x-2}} \right) : \left(0,5^x - \frac{0,5^{x+1}}{6^{x-1}} \right) \leq 15$$

Общий балл за задание: 0

Работа участника:

$$1) \left(3^x - \frac{0,5^{2x}}{3^{x-2}} \right) : \left(0,5^x - \frac{0,5^{x+1}}{5^{x-1}} \right) \leq 15 \quad x \in \mathbb{R}$$

$$2) 3^x - \frac{0,5^{2x}}{3^{x-2}} \leq 15 \left(0,5^x - \frac{0,5^{x+1}}{5^{x-1}} \right)$$

$$3) 3^x - \frac{0,5^{2x}}{3^{x-2}} - 15 \left(0,5^x - \frac{0,5^{x+1}}{5^{x-1}} \right) \leq 0$$

$$4) \frac{3^{2x-2} - 0,5^{2x} - 15 \cdot 3^{x-2} \cdot \left(0,5 - \frac{0,5^{x+1}}{5^{x-1}} \right)}{3^{x-2}} \leq 0 \quad \text{- обычный знаменатель}$$

$$5) \frac{3^{2x-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 15 \cdot 3^{x-2} \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{2^{-x-1}}{3^{x-1} \cdot 2^{x-1}}\right)}{3^{x-2}} \leq 0$$

$$6) \frac{3^{2x-2} - \frac{1}{2^{2x}} - 15 \cdot 3^{x-2} \cdot \left(\frac{1}{2^x} - \frac{2^{-x}}{3^{x-1}}\right)}{3^{x-2}} \leq 0$$

$$7) \frac{3^{2x-2} - \frac{1}{2^{2x}} - 15 \cdot 3^{x-2} \cdot \left(\frac{1}{2^x} - \frac{1}{3^{x-1} \cdot 2^{2x}}\right)}{3^{x-2}} \leq 0$$

$$8) \frac{3^{2x-2} - \frac{1}{2^{2x}} - \frac{15 \cdot 3^{x-2}}{2^x} + \frac{5}{2^{2x}}}{3^{x-2}} \leq 0$$

$$9) \frac{2^{3x} \cdot 3^{2x-2} - 2^x - 15 \cdot 2^{2x} \cdot 3^{x-2} + 5 \cdot 2^x}{2^{3x} \cdot 3^{x-2}} \leq 0$$

$$10) \frac{2^{3x} \cdot 3^{2x-2} - 2^x - 15 \cdot 2^{2x} \cdot 3^{x-2} + 5 \cdot 2^x}{2^{2x} \cdot 3^{x-2}} \leq 0$$

$$11) \frac{2^x \cdot (2^{2x} \cdot 3^{2x-2} - 1 - 15 \cdot 2^x \cdot 3^{x-2} + 5)}{2^{2x} \cdot 3^{x-2}} \leq 0$$

$$12) \frac{2^x \cdot 3^{2x-2} - 1 - 15 \cdot 2^x \cdot 3^{x-2} + 5}{2^{2x} \cdot 3^{x-2}} \leq 0$$

$$13) \frac{2^x \cdot 3^{2x-2} + 4 - 15 \cdot 2^x \cdot 3^{x-2}}{4^x \cdot 3^{x-2}} \leq 0$$

$$14) \frac{4^x \cdot 3^{2x-2} + 4 - 15 \cdot 2^x \cdot 3^{x-2}}{4^x \cdot 3^{x-2}} \leq 0 \quad \text{- знаменатель всегда положительный, определяем, когда числитель ≤ 0 }$$

$$15) 4^x \cdot 3^{2x} \cdot 3^{-2} + 4 - 15 \cdot 2^x \cdot 3^{x-2} \leq 0$$

$$16) 4^x \cdot 3^{2x} \cdot 3^{-2} + 4 - 15 \cdot 2^x \cdot 3^x \cdot 3^{-2} \leq 0$$

Работа участника:

$$17) 4^x \cdot 9^x \cdot \frac{1}{3^2} + 4 - 15 \cdot 2^x \cdot 3^x \cdot 3^{-2} \leq 0$$

$$18) 4^x \cdot 9^x \cdot \frac{1}{3^2} + 4 - 15 \cdot 2^x \cdot 3^x \cdot \frac{1}{3^2} \leq 0$$

$$19) 4^x \cdot 9^x \cdot \frac{1}{9} + 4 - 15 \cdot 2^x \cdot 3^x \cdot \frac{1}{9} \leq 0$$

$$20) (4 \cdot 9)^x \cdot \frac{1}{9} + 4 - \frac{15}{9} \cdot 2^x \cdot 3^x \leq 0$$

$$21) 36^x \cdot \frac{1}{9} + 4 - \frac{15}{9} \cdot (2 \cdot 3)^x \leq 0$$

$$22) (6^2)^x \cdot \frac{1}{9} + 4 - \frac{15}{9} \cdot 6^x \leq 0$$

$$23) (6^x)^2 \cdot \frac{1}{9} + 4 - \frac{15}{9} \cdot 6^x \leq 0$$

24) Пусть $6^x = t$, тогда получим:

$$t^2 \cdot \frac{1}{9} + 4 - \frac{15}{9} t \leq 0$$

$$25) t \in [3; 12]$$

26) ~~П~~ Подставим обратно:

$$6^x \in [3; 12]$$

$$\begin{cases} 6^x \geq 3 \\ 6^x \leq 12 \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} x \geq \log_6 3 \\ x \leq 1 + \log_6 2 \end{cases}$$

28) Находим пересечение, и получаем ответ:

$$x \in [\log_6 3; 1 + \log_6 2]$$

$$\text{Ответ: } x \in [\log_6 3; 1 + \log_6 2]$$

Задание №: 3

Решите уравнение:

$$9 \sin^2 x + 9 - \sin x - 3 \sin^2 x - 3 - \sin^2 x = 6$$

Общий балл за задание: 20

Работа участника:

1) $9^{\sin x} + 9^{1-\sin x} - 3^{\sin x} - 3^{1-\sin x} = 0$

2) $(3^2)^{\sin x} + 9 \cdot 9^{-\sin x} - 3^{\sin x} - 3 \cdot 3^{-\sin x} = 0$

3) $(3^{\sin x})^2 + 9 \cdot \frac{1}{9^{\sin x}} - 3^{\sin x} - 3 \cdot \frac{1}{3^{\sin x}} = 0$

4) $(3^{\sin x})^2 + 9 \cdot \frac{1}{(3^2)^{\sin x}} - 3^{\sin x} - 3 \cdot \frac{1}{3^{\sin x}} = 0$

5) $(3^{\sin x})^2 + 9 \cdot \frac{1}{(3^{\sin x})^2} - 3^{\sin x} - 3 \cdot \frac{1}{3^{\sin x}} = 0$

6) Пусть $t = 3^{\sin x}$, тогда получим:

$$t^2 + 9 \cdot \frac{1}{t^2} - t - 3 \cdot \frac{1}{t} = 0$$

7) ~~$t^2 + \frac{9}{t^2} - t - \frac{3}{t} = 0$~~

8) $t^2 + \frac{9}{t^2} - t - \frac{3}{t} - 0 = 0$

9) $t^4 + 9 - t^3 - 3t - 6t^2 = 0$ — умножить на t^2 :

10) $t^4 + 9 - t^3 - 3t - 6t^2 = 0$

11) $t^4 - t^3 - 6t^2 - 3t + 9 = 0$

12) $t^4 - t^3 - 6t^2 + 6t - 9t + 9 = 0$

13) $t^3(t-1) - 6t(t-1) - 9(t-1) = 0$

14) $(t-1)(t^3 - 6t - 9) = 0$

15) $(t-1)(t^3 - 9t + 3 - 9) = 0$

16) $(t-1)(t(t^2 - 9) + 3(t-3)) = 0$

17) $(t-1)(t(t-3)(t+3) + 3(t-3)) = 0$

18) $(t-1)(t-3)(t(t+3) + 3) = 0$

19) $(t-1)(t-3)(t^2 + 3t + 3) = 0$ — рассмотреть все случаи получения 0:

20)
$$\begin{cases} t-1=0 \\ t-3=0 \\ t^2+3t+3=0 \end{cases}$$

21)
$$\begin{cases} t=1 \\ t=3 \\ t \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=3 \end{cases}$$

Работа участника:

$$22) \begin{cases} 3^{\sin t} = 1 \\ 3^{\sin t} = 3 \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$24) x = \begin{cases} \pi k \\ \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x = \begin{cases} \pi k \\ \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Задание №: 4

Во время экспедиции в Антарктиду исследователи наткнулись на ледяной каньон, который невозможно объехать.

В поисках способа переправить людей и грузы через каньон, была предложена идея собрать из подручных материалов воздушный шар.

В распоряжении группы есть 625 квадратных метров прочного материала с поверхностной плотностью $0,4 \text{ кг/м}^2$. Температура окружающего воздуха -33 по Цельсию, атмосферное давление нормальное – 10^5 Па . Молярная масса воздуха 29 г/моль .

Эксперимент показал, что воздух в шаре при помощи имеющихся горелок удаётся нагреть до 109 градусов Цельсия.

Рассчитайте, груз какой массы можно поднять в воздух на таком воздушном шаре?

Общий балл за задание: 10

Работа участника:

$S = 625 \text{ м}^2$
 $P = 0,4 \frac{\text{кПа}}{\text{м}^2}$
 $t_{\text{окр}} = 403 \text{ К}$
 $P_i = 10^5 \text{ Па}$
 $M = \frac{25 \text{ г}}{\text{моль}}$
 $t_2 = 103 \text{ }^\circ\text{C}$

$S_i = 308 \text{ К}$
 $M = 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
 $t_2 = 382 \text{ К}$

Решение:
 Можем предположить, что объем шара не меняется, т.к. газ в окружающем мире находится в равновесии. Из этого следует, что шар состоит из газа, который находится в равновесии с окружающей средой. Из этого мы можем вычислить объем шара.
 $S = 4\pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$
 $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \left(\sqrt{\frac{S}{4\pi}}\right)^3$

2) Закинем шар в воду и сделаем 10^5 Па и температура 308 К . Из этого мы можем вычислить массу газа.
 $PV = \nu RT \Rightarrow m = \frac{\nu M}{RT} = \frac{P \cdot \frac{4}{3}\pi \left(\sqrt{\frac{S}{4\pi}}\right)^3}{RT}$

3) На шар будут действовать силы: Архимедова, тяжести, давления воздуха.
 $F_a = m_{\text{в}}g + m_{\text{г}}g + m_{\text{ш}}g$
 $F_a = \rho V g$
 $\rho_{\text{в}} V_{\text{ш}} = m_{\text{в}}g + m_{\text{г}}g + m_{\text{ш}}g$
 $\rho_{\text{в}} g \cdot \frac{4}{3}\pi \left(\sqrt{\frac{S}{4\pi}}\right)^3 = \frac{P \cdot \frac{4}{3}\pi \left(\sqrt{\frac{S}{4\pi}}\right)^3}{RT} \cdot g + \rho_{\text{ш}} V_{\text{ш}} g$
 $\Rightarrow \rho_{\text{в}} \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3}\pi \left(\sqrt{\frac{625}{4\pi}}\right)^3 = \frac{10^5 \cdot \frac{4}{3}\pi \left(\sqrt{\frac{625}{4\pi}}\right)^3}{8,317} + \rho_{\text{ш}} \cdot 625$

Итого: $\rho_{\text{ш}} = 1,2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
 Т.к. нам надо вычислить массу шара, то $m_{\text{ш}} = \rho_{\text{ш}} V_{\text{ш}}$

Работа участника:

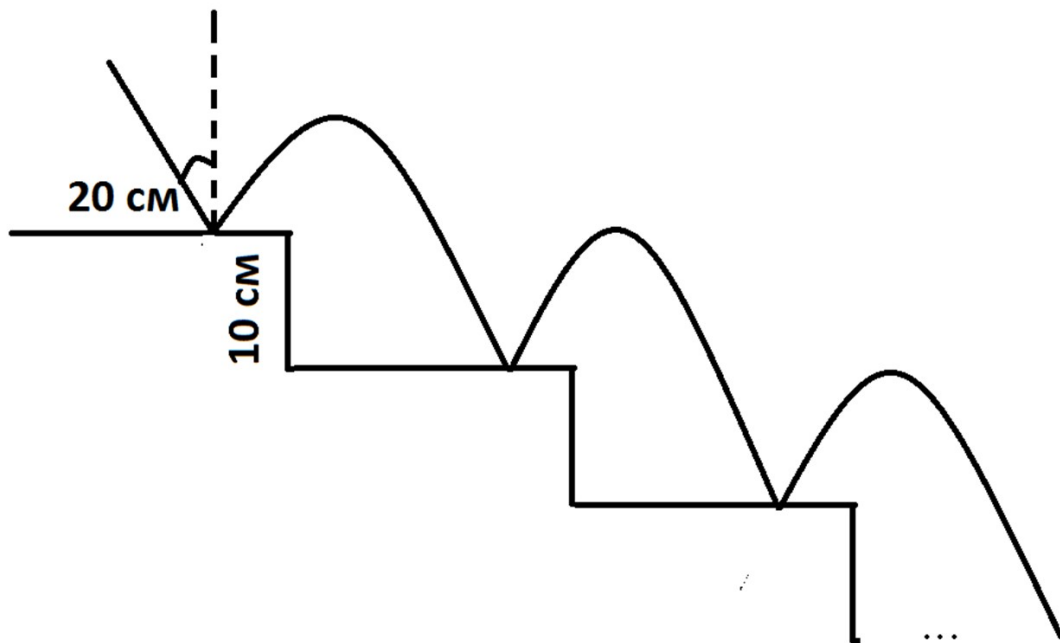
$$m_2 = \frac{1,2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\sqrt{\frac{0,25}{4\pi}} \right)^3}{10} - \frac{10^5 \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\sqrt{\frac{0,25}{4\pi}} \right)^3 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 308} \cdot 10 - 0,4 \cdot 0,25 \cdot 10$$

$$\approx 103 \text{ кг}$$

Ответ: $m_{\text{max}} = 103 \text{ кг}$.

Задание №: 5

Шарик бросают на ступени лестницы под углом α (альфа) к вертикали, после чего он начинает отскакивать от каждой ступеньки, теряя при каждом ударе половину своей энергии. Найдите под каким углом и с какой начальной скоростью должен быть брошен мяч, чтобы он мог спуститься по лестнице с произвольным числом ступеней. Длина ступени 20 см, ширина - 10 см.



Общий балл за задание: 5

Работа участника:

Кинематическое уравнение маятника имеет вид $l \ddot{\varphi} + g \sin \varphi = 0$, которое является нелинейным. Для малых углов $\sin \varphi \approx \varphi$, тогда уравнение принимает вид $l \ddot{\varphi} + g \varphi = 0$, которое имеет решение $\varphi = A \cos(\omega t + \alpha)$, где $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

В момент времени $t = 0$:

$$\left(\frac{v_0 \cos 2d}{g} + v_0 \sin d \cdot \frac{(-2v_0 + \sqrt{2v_0^2 + 0,8g})}{2g} \right) = 11,02$$

Угол α можно определить из условия $\varphi = 0$:

$$\cos(\alpha) = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 4(v_0 - 2v_0) \cdot 0,24 \cdot 2^4}}{2 \cdot (v_0 - 2v_0 \cdot \sin^2 d)}$$

Получив угол α , можно определить амплитуду A и период $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, а также скорость v в любой момент времени.