

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНАЯ МНОГОПРОФИЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВО»

Профиль «Авиатехнологии»

Заключительный (очный) этап

2019 – 2020 учебный год

Задания для 8-9 класса

1. Решить задачу (15 баллов)

От пункта А до пункта В расстояние S км. Из А в В вылетел вертолёт, а t часов спустя – самолёт. Самолёт догнал вертолёт через x км от А, долетел до В, сразу же повернул обратно и на расстоянии x км от В встретил вертолёт и вернулся в А позднее, чем вертолёт прибыл в В. На сколько раньше вертолёт прибыл в В, чем самолёт вернулся в А?

Решение

Запишем скорость вертолёта для расстояния d - $V_B = \frac{d}{t_B}$, (1) (2 б)

а для скорости самолёта на этом же участке - $V_C = \frac{d}{t_B - t}$ (2) (2 б)

Затем самолёт пролетел расстояние $S - d + d$ за то же самое время, что и вертолёт пролетел расстояние $S - d - d$, тогда получим выражение

$$\frac{S}{V_C} = \frac{S - 2d}{V_B} \quad (3) \quad (2 \text{ б})$$

Последний участок самолёт пролетел длиной $S - d$ за время t_x , а вертолёт пролетел участок длиной d за время t_B . Так как скорость самолёта и вертолёта не изменялись на всем протяжении пути, то

$$t_x = \frac{S - d}{V_C} \quad (4) \quad (2 \text{ б})$$

Подставим в выражение (3) скорости из (1) и (2) и выразим

$$t_B = \frac{St}{2d}. \quad (5) \quad (2 \text{ б})$$

Подставим теперь выражение (5) в формулу (2) и получим

$$V_C = \frac{2d^2}{St - 2dt}. \quad (2 \text{ б})$$

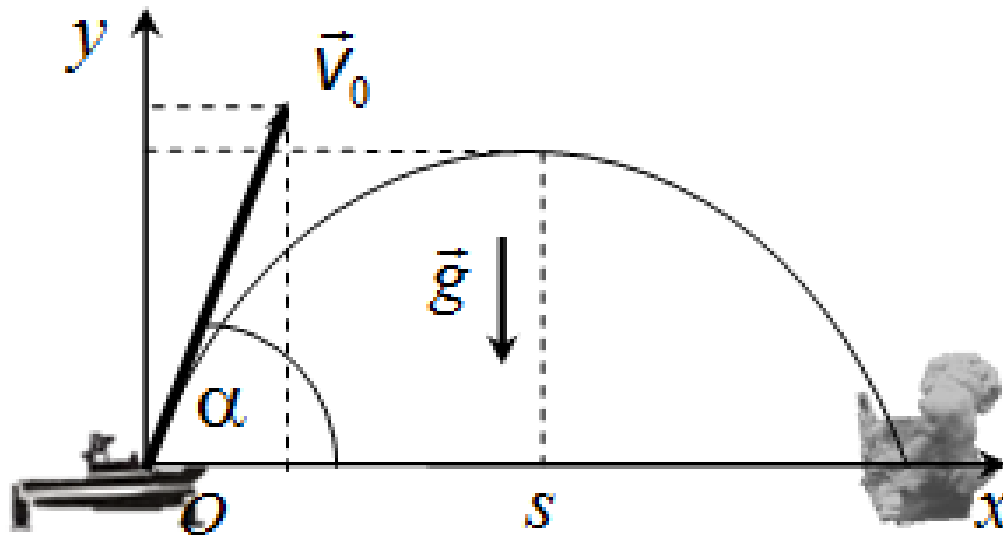
Подставим это выражение в (4), получим $t_x = \frac{t(S^2 - 3Sd + 2d^2)}{2d^2}$.

$$\text{Тогда } t_x - t_B = \frac{t}{2d^2}(S^2 - 4Sd + 2d^2) \quad (3 \text{ б})$$

$$\text{Ответ: } t_x - t_B = \frac{t}{2d^2}(S^2 - 4Sd + 2d^2)$$

2. Решить задачу (15 баллов)

Корабль «Перекоп» принял участие в учебных стрельбах. При помощи артиллерийской установки АК-230 была поражена надводная цель. Начальная скорость снаряда 1050 м/с. Через какой промежуток времени моряки возле установки услышат звук взрыва, если сопротивление воздуха не учитывать. Скорость распространения звука принять за 340 м/с, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ дать в минутах и округлить до целого.



Решение

Время прошедшее после выстрела представляет собой сумму двух промежутков:

t_1 – время полёта снаряда до цели;

t_2 – время распространения звуковой волны от цели до корабля.

$$t = t_1 + t_2 = \frac{S}{V_0 \cos \alpha} + \frac{S}{c} \quad (5.6.)$$

Максимальная дальность стрельбы обеспечивается при угле $\alpha = 45^\circ$. Тогда воспользовавшись выводом формулы для дальности полета, получим

$$S = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (5.6.)$$

Подставив выражение для S в формулу для времени, получим

$$t = \frac{V_0}{g} \left(\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{V_0}{c} \right) = 8 \text{ мин.} \quad (5.6.)$$

Ответ: $t = 8$ мин.

3. Решить задачу (20 баллов)

Определите минимальный объем воздушного шара, наполненного водородом, который может поднять человек массой $M = 70$ кг на высоту $h = 100$ м за время $t = 30$ с. Масса оболочки и корзины равна $m = 30$ кг. Плотность водорода принять равным $\rho = 0,09$ кг/м³, плотность воздуха $\rho_v = 1,29$ кг/м³. Сопротивление воздуха не учитывать. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ записать в СИ и округлить до целого.

Решение

Ускорение, с которым шар будет подниматься, можно найти по формуле

$$a = \frac{2h}{t^2} = 0,2 \text{ м/с}^2 \quad (1) \quad (5 \text{ б})$$

Запишем 2 закон Ньютона с учетом того, что на систему «шар-человек» действует сила Архимеда (Если сделан рисунок с указанием сил – 2 б)

$$\rho_v g V - (M + m + \rho V)g = (M + m + \rho V)a \quad (2) \quad (5 \text{ б.})$$

Выразим из (2) неизвестный объём

$$V = \frac{(M+m)(g+a)}{\rho_v g - \rho(g+a)} = 85 \text{ м}^3 \quad (8 \text{ б})$$

Ответ: 85 м³

4. Решить задачу (20 баллов)

Впервые мысль о возможности строительства космического корабля возникла у Циолковского в 1873 году. Он пришел к выводу, что единственным возможным способом перемещения в пространстве, где практически не действуют ни силы тяготения, ни силы сопротивления среды, является способ, основанный на действии реакции отбрасываемых от данного тела частиц вещества. Циолковский показал, что для ракет дальнего действия наиболее эффективным явится двигатель, работающий на жидком топливе с окислителем, и дал принципиальную схему такого двигателя. Допустим, что реактивный двигатель такого ракетоплана Циолковского выбрасывает продукты сгорания порциями, массой $m = 200$ г со скоростью вылета из сопла двигателя $u = 1000$ м/с. Какую скорость будет иметь ракетоплан после вылета пятой порции газа? Масса ракетоплана в начальный момент времени $M = 300$ кг и начальная скорость равна нулю. Если предположить, что такой ракетоплан может стать спутником Земли, то сколько тогда порций газа вылетит из сопла? Ответ записать в СИ и округлить до целого.

Решение

Обозначим скорость ракетоплана после вылета первой порции газа через u_1 , скорость ракетоплана после вылета второй порции газа через u_2 , и.д., тогда скорость ракетоплана после вылета N порции газа через u_N .

По закону сохранения импульса имеем

$$(M - m)u_1 - mv = 0, \text{ или } u_1 = \frac{mv}{M - m};$$

$$(M - m)u_2 = (M - 2m)u_2 - mv, \text{ или } u_2 = \frac{2mv}{M - 2m}.$$

$$\text{По аналогии } u_N = \frac{Nmv}{M - Nm}. \quad (1) \quad (8 \text{ б})$$

$$\text{Тогда } u_5 = \frac{5mv}{M - 5m} = 3 \text{ м/с} \quad (2 \text{ б})$$

Если предположить, что такой ракетоплан станет спутником Земли, следовательно, он должен двигаться по круговой орбите и иметь первую космическую скорость равную $V_1 = 8$ км/с. (5 б)

Таким образом, конечная скорость ракетоплана должна быть равна первой космической. Приравняем (1) к первой космической скорости и получим

$$N = \frac{MV_1}{m(v + V_1)} = 1333 \quad (5 \text{ б})$$

Ответ: $u_5 = 3$ м/с и $N = 1333$

5. Решить задачу (30 баллов)

В одном из парков предполагалось установить новый аттракцион – что-то вроде цепочной карусели, но к концам канатов (цепей) прикрепить модели аэропланов. При быстром вращении канаты должны отклониться от вертикали и поднять вверх «аэропланы» с сидящими в них пассажирами. Карусель должна была вращаться с такой частотой, что бы канаты приняли почти горизонтальное положение. Но, исходя из безопасности людей, канат должен иметь довольно заметный наклон, чтобы на организм человека действовала сила, меньшая, чем $3mg$. Определите предельное отклонение каната, чтобы выполнялось выдвигаемое условие безопасности. Определите при этом скорость вращения, если предположительная длина каната 15 м. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

По 3 закону Ньютона вес человека равен силе реакции опоры по модулю. (2 б)

На человека действует сила тяжести mg и сила реакции опоры N (сила натяжения нити) (рис.).

(Сделан рисунок с указанием сил – 5 б)

Запишем 2 закон Ньютона в векторном виде

$$m\vec{a}_{ц} = m\vec{g} + \vec{N}, \quad (3 \text{ б})$$

Найдем проекции сил на вертикальную ось $mg = N \cos \alpha$, (3

б)

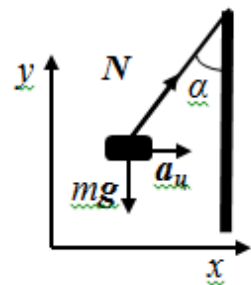
так как $N = 3mg$, то $\cos \alpha_{\max} = 1/3$. Следовательно, канат не должен отклоняться на угол более 71° . (4 б)

Для нахождения скорости найдем проекции сил на горизонтальную ось

$$ma_{ц} = m \frac{v^2}{R} = N \sin \alpha, \quad (4 \text{ б})$$

подставим $R = l \sin \alpha$, $N = 3mg$, (3 б)

получим $V = \sqrt{3gl \sin^2 \alpha} = \sqrt{3gl(1 - \cos^2 \alpha)} = 20 \text{ м/с}$ (6 б)



Ответ: $\arccos \alpha_{\max} 1/3$ или 71° , $V = 20 \text{ м/с}$.