

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНАЯ МНОГОПРОФИЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВО»

Профиль «Новые технологии»

Заключительный этап

2021 – 2022 учебный год

Задания для 8-9 класса

1. Решить задачу

Для приготовления рассыпчатой гречневой каши 1 кг гречневой крупы залили 2 л воды и сварили. Известно, что плотность сухой гречневой крупы (самых зерен) $1,84 \text{ г/см}^3$, варёной крупы – $1,22 \text{ г/см}^3$, воды – 1 г/см^3 . Считая, что объём варёного зерна равен сумме объёмов сухого зерна и впитавшейся в него воды, найти массу испарившейся при варке воды

Решение

Пусть x – объём воды, который впитался в крупу при варке каши. Тогда полный объём вареной крупы будет

$$V = \frac{m_1}{\rho_1} + x = \frac{1000}{1,84} + x = 543,5 + x \text{ см}^3$$

Масса вареной крупы будет

$$m = m_1 + \rho_{\text{воды}} \cdot x = 1000 + 1 \cdot x = 1000 + x \text{ г}$$

Плотность вареной крупы

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1000 + x}{543,5 + x} = 1,22 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

Из полученного уравнения можно найти x :

$$1000 + x = 1,22 \cdot (543,5 + x) \Rightarrow 0,22x = 0,336 \Rightarrow x = 1531 \text{ см}^3$$

Так как в крупу налили 2 л = 2000 см^3 воды, то испарилось $2000 - 1531 = 469 \text{ см}^3 = 469 \text{ г}$ воды

Ответ. Испарилось 469 г воды

2. Решить задачу

Самолет аэрофотосъемки, взлетев с аэродрома, он в течение 1 часа летел на восток с постоянной скоростью. Затем самолет повернул и в течение 1 часа 40 минут двигался с той же скоростью на север. Потом самолет повернул на запад, увеличил скорость в полтора раза и летел 1 час. Наконец, повернув на юг, самолет снизил скорость до начальной и летел еще 1 час. После этого его движение в точности повторялось. Через 14 часов полета самолет увеличил скорость в 2,5 раза и по кратчайшему пути вернулся на аэродром.

Сколько времени самолет затратил на возвращение?

Решение

Введем систему координат (см. рис. 1), где начало O – точка вылета самолета, ось Ox направлена на восток, ось Oy направлена на север. Сначала самолет долетает до точки A и пролетает $1ч \cdot v = v$ км. В точке A самолет поворачивает на север и пролетает $(1ч40м) \cdot v = \frac{5}{3}v$ км до точки B . В точке B самолет поворачивает на запад и пролетает $1ч \cdot 1,5v = \frac{3}{2}v$ км до точки C . В точке C самолет поворачивает на юг и пролетает $1ч \cdot v = v$ км до точки D . Координаты точки D на основании рисунка:

$$x_D = OA - BC = v - \frac{3}{2}v = -\frac{1}{2}v$$

$$y_D = AB - CD = \frac{5}{3}v - v = \frac{2}{3}v$$

Самолет летел по маршруту OD $1ч + 1ч40м + 1ч + 1ч = 4ч40м = \frac{14}{3}$ ч. Всего самолет летал 14 ч, поэтому он пролетел по указанной траектории 3 раза. На рис.2 показаны три пути самолета. Координаты конечной точки E

$$x_E = 3 \cdot x_D = -\frac{3}{2}v = -1,5v$$

$$y_E = 3 \cdot y_D = \frac{6}{3}v = 2v$$

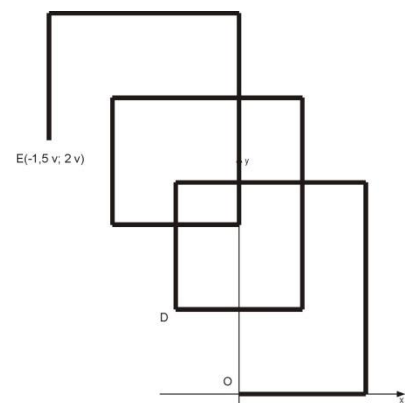
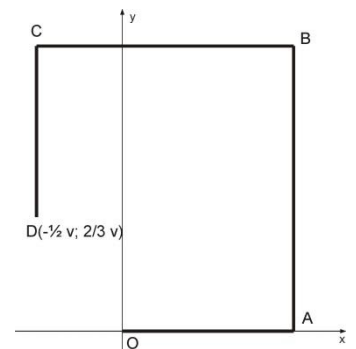
Расстояние от конечной точки до аэродрома

$$EO = \sqrt{x_E^2 + y_E^2} = \sqrt{(-1,5v)^2 + (2v)^2} = 2,5v$$

Согласно условию задачи, самолет летел на аэродром со скоростью $v_1 = 2,5v$. Поэтому

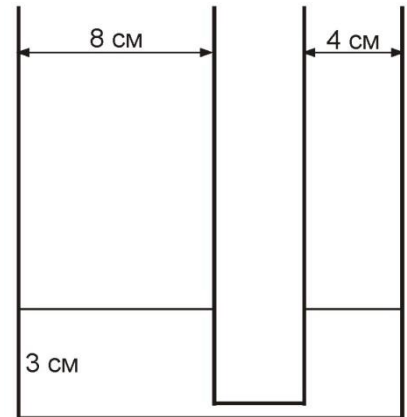
$$\text{время для возвращения } t = \frac{EO}{v_1} = \frac{2,5v}{2,5v} = 1 \text{ ч}$$

Ответ: самолет затратил на возвращение 1 ч.



3. Решить задачу

Два высоких сообщающихся сосуда квадратного сечения стоят на горизонтальном столе и соединены снизу тонкой трубкой. На рисунке показаны поперечные размеры сосудов (стороны квадратов). В сосуды налита вода до уровня 3 см от дна сосудов. В сосуд большего размера опускают тяжелый кубик со стороной 7 см (он ложится гранью на дно), в результате чего уровень воды в сосудах изменяется.



Сколько воды и в каком направлении протекло через трубку?

Решение

Согласно условию задачи, объем воды в обоих сосудах

$$V = h \cdot (S_1 + S_2) = 3 \cdot (8^2 + 4^2) = 240 \text{ см}^3$$

При погружении кубика в левый сосуд возможны две ситуации:

- А) уровень воды не достигнет верхней грани куба
- Б) уровень воды окажется выше куба.

Рассмотрим случай А. Пусть H – высота уровня воды после опускания куба. Эта высота будет одинакова в обоих сосудах. Полный объем воды в сосудах будет

$$V = H \cdot ((S_1 - S_{\text{куба}}) + S_2) = H \cdot ((8^2 - 7^2) + 4^2) = H \cdot 31 = 240 \text{ см}^3$$

Отсюда $H = 240/31 = 7,74$ см.

Высота оказалась больше ребра куба, поэтому весь куб окажется под водой. Случай А не реализуется.

Рассмотрим случай Б. Пусть H – высота уровня воды после опускания куба. Эта высота будет одинакова в обоих сосудах. Полный объем воды в сосудах будет

$$V = H \cdot (S_1 + S_2) - V_{\text{куба}} = H \cdot (8^2 + 4^2) - 7^3 = H \cdot 80 - 343 = 240 \text{ см}^3$$

Отсюда $H = (240 + 343)/80 = 7,29$ см.

Высота оказалась больше ребра куба, поэтому весь куб окажется под водой. Случай Б реализовался.

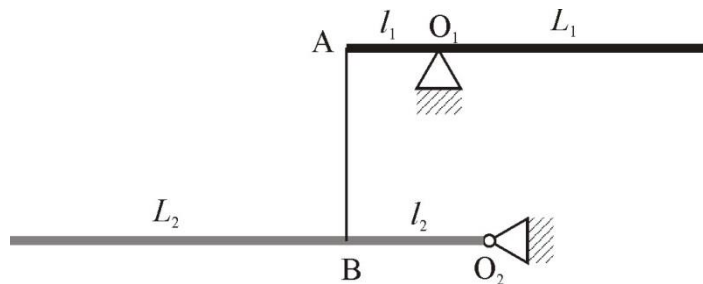
Объем воды в правом сосуде до опускания куба был $3 \cdot 4^2 = 48 \text{ см}^3$. После опускания куба он составил $7,29 \cdot 4^2 = 116,6 \text{ см}^3$. Таким образом, благодаря движению воды в сторону меньшего сосуда объем воды там увеличился на $116,6 - 48 = 68,6 \text{ см}^3$.

Ответ: через трубку в сторону меньшего сосуда протекло $68,6 \text{ см}^3$ воды.

4. Решить задачу

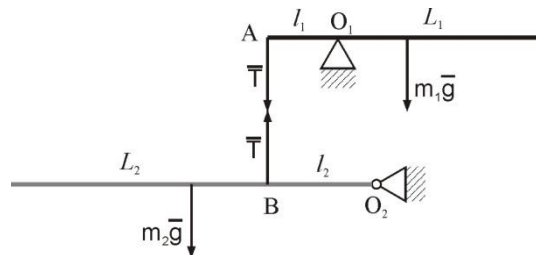
Однородные стержни с одинаковой площадью поперечного сечения могут свободно вращаться вокруг неподвижных горизонтальных осей O_1 и O_2 (см. рисунок). Длина короткого участка верхнего стержня $l_1 = 20$ см, а длинного — $L_1 = 100$ см. Длина короткого участка нижнего стержня $l_2 = 40$ см, а длинного — $L_2 = 200$ см. Стержни находятся в равновесии в горизонтальном положении благодаря нити АВ. Нижний стержень изготовлен из алюминия, плотность которого $2,7$ г/см³.

Какова плотность материала верхнего стержня?



Решение

Силы, действующие на каждый рычаг, указаны на рисунке. Правило моментов для верхнего рычага относительно точки O_1 выглядит так:



$$T \cdot l_1 - m_1 g \cdot \left(\frac{l_1 + L_1}{2} - l_1 \right) = 0 \Rightarrow T \cdot 20 = m_1 \cdot 400$$

Правило моментов для нижнего рычага относительно точки O_2 выглядит так:

$$T \cdot l_2 - m_2 g \cdot \frac{l_2 + L_2}{2} = 0 \Rightarrow T \cdot 40 = m_2 \cdot 1200$$

Из полученных уравнений легко получается выражение

$$m_1 \cdot 800 = m_2 \cdot 1200 \Rightarrow m_1 = 1,5 \cdot m_2$$

Массы стержней $m_1 = \rho_1 \cdot S \cdot (l_1 + L_1) = \rho_1 \cdot S \cdot 120$; $m_2 = \rho_2 \cdot S \cdot (l_2 + L_2) = 2,7 \cdot S \cdot 240 = 648S$

Отсюда

$$\rho_1 \cdot S \cdot 120 = 1,5 \cdot 648 \cdot S \Rightarrow \rho_1 = \frac{1,5 \cdot 648}{120} = 8,1 \text{ г/см}^3$$

Ответ: плотность материала верхнего стержня $8,1$ г/см³.

5. Решить задачу

Расход бензина легковой машиной 10 л на 100 км при скорости 20 м/с (плотность бензина 0,9 кг/л, удельная теплота сгорания бензина 46 МДж/кг). КПД двигателя машины 30%. Жидкость в системе охлаждения нагревается от двигателя и прокачивается через радиатор, где отдает тепло окружающему воздуху. Скорость теплоотдачи пропорциональна разности температуры жидкости в радиаторе и температуры окружающего воздуха (коэффициент пропорциональности 700 Дж/(с·°C)). Считая, что нагрев жидкости от двигателя и передача тепла от жидкости к радиатору происходят без тепловых потерь, определить температуру радиатора, если температура окружающей среды 0°C.

Решение

Автомобиль проедет 100 км за $t = 100000/20 = 5000$ с. За это время сгорит $10 \cdot 0,9 = 9$ кг бензина. При этом выделится $9 \cdot 46 = 414$ МДж энергии. Из этой энергии 30% пойдет на передвижение автомобиля, остальные 70% - на нагрев двигателя:

$$Q = 414 \cdot 70/100 = 289,8 \text{ МДж.}$$

$$\text{Скорость теплоотдачи } P = Q/t = 289,8 \cdot 10^6/5000 = 57960 \text{ Дж/с}$$

Это тепло сбрасывается через радиатор в окружающую среду. Согласно условию задачи, $P = k \cdot (t - t_0) = 700 \cdot (t - 0) = 700 t$ (Дж/с). Отсюда

$$57960 = 700 t \Rightarrow t = 57960/700 = 82,8 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ответ: температура радиатора составит 82,8 °C.