

Профиль «Авиатехнологии»

Заключительный этап

2022 – 2023 учебный год

Задания для 10-11 класса

1. Решить задачу (25 баллов)

Пассажирский самолет ТУ-134 совершает полет из пункта А в пункт В строго с запада на восток. Если в безветренную погоду скорость самолета относительно воздуха равна 720 км/ч, то он затрачивает на перелет 4 часа. Определите на сколько минут изменится время перелета при северо-западном ветре, имеющем скорость 20 м/с?

Решение

Дано: $v_c = 200$ м/с; $t_1 = 14400$ с; $v_b = 20$ м/с.

Найти: $\Delta t = ?$

Пусть в безветренную погоду самолет пролетает путь из А в В: $S = v_c t_1$.

Путь, когда С-З ветер (сделан рисунок (5 б)):

$$S = v t_2.$$

Так как путь один и тот же, то приравняем

$$\text{выражения. } v_c t_1 = v t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v_c t_1}{v}. \quad (5 б)$$

Так как угол между \vec{v} и \vec{v}_B равен 45° , то $h =$

$$v_b \sin 45^\circ = v_c \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{v_b \sin 45^\circ}{v_c} = 0,0707 \Rightarrow \alpha = 4^\circ. \text{ Тогда угол против } \vec{v} \text{ равен } 180^\circ - 45^\circ - 4^\circ = 131^\circ. \quad (5 б)$$

$$\text{Определим по теореме косинусов } v = \sqrt{v_c^2 + v_b^2 - 2v_c v_b \cos 131^\circ} = 213,66 \text{ (м/с),} \quad (5 б)$$

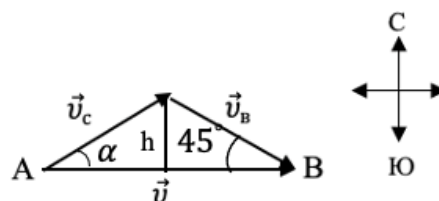
$$\text{тогда } t_2 = \frac{v_c t_1}{v} = \frac{200 \cdot 14400}{213,66} = 13479 \text{ (с).}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 13479 - 14400 = -921 \text{ (с)} = -15,35 \text{ (мин)} \approx -15 \text{ (мин).}$$

(5 б)

Самолет прилетел на 15 минут быстрее.

Ответ: 15 мин.



2. Решить задачу (15 баллов)

После столкновения астероида с бортом грузового корабля "Прогресс МС-21" произошла разгерметизация корабля в результате повреждения системы терморегулирования. На борту корабля температура изменилась с 25°C до 50°C. Определите какая часть воздуха покинет корабль, если пренебречь его тепловым расширением.

Решение

Дано: $T_1 = 298 \text{ K}$; $T_2 = 323 \text{ K}$.

Найти: $\Delta m/m = ?$

Если считать, что пробоина была маленького размера и пренебречь изменением давления на корабле, то можно записать уравнение Клапейрона - Менделеева для двух моментов:

$$PV = \frac{m}{M}RT_1, \quad PV = \frac{m-\Delta m}{M}RT_2. \quad (5 \text{ б})$$

Приравняв правые части уравнений, получим: $mT_1 = (m - \Delta m)T_2 \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} =$

$$\frac{323 - 298}{323} = 0,077 \cdot 100\% = 7,7\%. \quad (10 \text{ б})$$

Ответ: 7,7%

3. Решить задачу (20 баллов)

Какую мощность развивает двигатель ракеты массой 4 т, если она поднимается с поверхности Земли с ускорением 10 м/с²? Скорость выброса газов в реактивной струе 1200 м/с. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

Дано: $m = 4000 \text{ кг}$; $a = 10 \text{ м/с}^2$; $v_r = 1200 \text{ м/с}$; $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Найти: $P = ?$

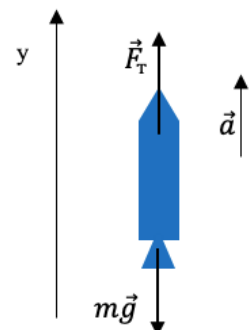
Мощность двигателя: $P = \frac{A}{\Delta t}$, где A – работа двигателя.

$A = \Delta E_k = \frac{\Delta m v_r^2}{2}$, где Δm – масса истекающих газов.

Тогда $P = \frac{\Delta m v_r^2}{2\Delta t}$. (5 б)

На ракету действует сила со стороны газа - F_T по модулю равная силе, с которой действует ракета на истечение газа.

Сделаем рисунок с указанием сил, действующих на ракету.



По второму закону Ньютона в проекции на ось OY :

$$F_T - mg = ma \Rightarrow F_T = m(a + g). \quad (5.6)$$

Сила F_T сообщает газу импульс: $F_T \Delta t = \Delta m v_r \Rightarrow F_T = \frac{\Delta m v_r}{\Delta t}. \quad (5.6)$

Приравняем правые части уравнений и выразим $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m}{v_r} (a + g)$.

Подставим выражение в формулу для мощности:

$$P = \frac{\Delta m v_r^2}{2 \Delta t} = \frac{m(a+g)v_r}{2} = \frac{4000(10+10)1200}{2} = 48 \text{ МВт} \quad (5.6)$$

Ответ: 48 МВт

4. Решить задачу (25 баллов)

Снаряд, выпущенный под углом 45° к горизонту, разорвался в верхней точке траектории на два осколка. Один осколок упал вертикально вниз со скоростью по величине равной скорости снаряда в верхней точке траектории, а второй осколок двигался со скоростью в 3 раза большей скорости первого осколка. Определите отношение масс первого осколка ко второму.

Решение

Дано: $\alpha = 45^\circ$; $v_1 = v$; $v_2 = 3v_1$.

Найти: $m_1/m_2 = ?$

Приведен верный рисунок. (5.6)

Так как снаряд разорвался в верхней точке траектории, то скорость имеет горизонтальное направление, как показано на рисунке.

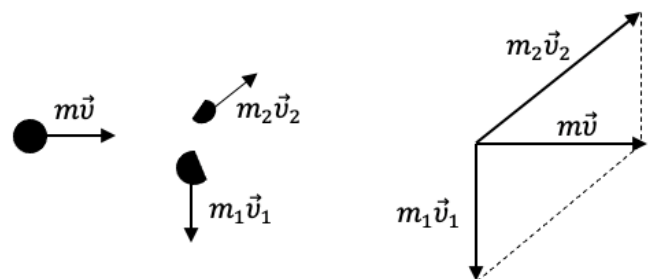
$$m = m_1 + m_2$$

Должен выполняться закон сохранения импульса, так как система замкнутая, поэтому второй осколок полетит вверх под углом к горизонту, как показано на рисунке. (5.6)

Записан закон сохранения импульса: $(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$.

Так как $\vec{v} \perp \vec{v}_1$, то тогда из прямоугольного треугольника по теореме Пифагора:

$$(m_2 v_2)^2 = (m_1 + m_2)^2 v^2 + (m_1 v_1)^2. \quad (5.6)$$



Подставим данные из условия задачи:

$$m_2^2 \cdot 9v^2 = (m_1 + m_2)^2 v^2 + m_1^2 v^2,$$

$$9m_2^2 = m_1^2 + 2m_1m_2 + m_2^2 + m_1^2,$$

$$2m_1^2 + 2m_1m_2 - 8m_2^2 = 0$$

$$\text{Разделим на } 2m_2^2: \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 + \frac{m_1}{m_2} - 8 = 0.$$

Из решения квадратного уравнения получим: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \approx 1,6$, второй корень отрицательный не подходит, так как отношение масс – положительная величина. (10 б)

Ответ: 1,6

5. Решить задачу (15 баллов)

Два одинаковых резиновых шланга, сложенные рядом вдоль друг друга (см. рисунок) полностью заполнены жидким металлом. Определите во сколько раз изменится электрическое сопротивление такой цепи, если оба шланга растянуть на 30% первоначальной длины.



Решение

Дано: $l_2 = 1,3l_1$.

Найти: $R_2/R_1 = ?$

Шланги соединены параллельно, тогда сопротивление цепи до растяжения определим по формуле: $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1}$, где r_1 – сопротивление каждого шланга, заполненного жидким металлом. $R_1 = \frac{r_1}{2}$.

Сопротивление цепи после растяжения шлангов: $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2}$, где r_2 – сопротивление каждого шланга, заполненного жидким металлом после растяжения. $R_2 = \frac{r_2}{2}$. (5 б)

Выразим сопротивления r_1 и r_2 : $r_1 = \frac{\rho \cdot l_1}{S_1}$, $r_2 = \frac{\rho \cdot l_2}{S_2}$. (5 б)

$$\text{Тогда } \frac{R_2}{R_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{l_2 \cdot S_1}{S_2 \cdot l_1} = \frac{1,3 \cdot S_1}{S_2}.$$

Для расчетов нужны S_1 и S_2 , найдем их.

Так как объем жидкого металла не изменился в шлангах, а

$$V_1 = S_1 l_1, \quad V_2 = S_2 l_2, \quad \text{следовательно } S_1 l_1 = S_2 l_2.$$



Откуда $\frac{S_1}{S_2} = \frac{l_2}{l_1} = 1,3$.

В результате получим: $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1,3 \cdot S_1}{S_2} = 1,3^2 = 1,69$. (5 б)

Ответ: 1,69