

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНАЯ МНОГОПРОФИЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВО»

Профиль «Ресурсосберегающие технологии»

Заключительный этап

2022 – 2023 учебный год

Задания для 10-11 класса

1. Решите задачу (20 баллов)

1 января 2022 года Сергей накопил некоторую сумму денег и положил ее в два различных банка под проценты. Первый банк через год увеличивает вложенную сумму на 20%, а второй банк на 25%.

1 января 2024 года узнав, что на его счетах оказались равные суммы, Сергей принимает решение закрыть один из счетов и хранить все деньги в банке с более выгодными условиями.

1 января 2026 года Сергей снял со счета 5 625 000 рублей.

Определите, сколько денег изначально было у Сергея?

Решение:

Пусть 1 января 2022 года x рублей – было вложено в первый банк, а y – во второй. Тогда 1 января 2024 года в первом банке было $36x/25$, а во втором $25y/16$. Зная, что эти суммы равны, будем считать, что 1 января 2024 года на счете у Сергея оказалось $72x/25$ рублей.

Тогда 1 января 2026 года на счете у Сергея было $9x/2$ рублей. Зная, что Сергей снял со счета 5 625 000, получаем, что $x=1\,250\,000$ рублей, а $y=1\,152\,000$. Таким образом, изначально у Сергея было 2 402 000 рублей

Ответ: 2 402 000 руб

Критерии:

Обоснованно получен правильный ответ: 20 баллов

Допущена арифметическая ошибка, при этом верно составлена математическая модель: 15 баллов

Верно составлена математическая модель, но решение содержит несколько арифметических ошибок: 10 баллов

Математическая модель составлена неверно: 0 баллов

2. Решите уравнение (20 баллов)

$$8\sin^2x \cdot \cos^2x + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 1 + \cos 2x$$

Решение:

$$2\sin^2 2x + \sqrt{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos 2x - \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin 2x \right) = 1 + \cos 2x$$

$$2\sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$$

$$\sin 2x = 1 \quad ; \quad \sin 2x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n \quad ; \quad x = -\frac{\pi}{12} + \pi n \quad ; \quad x = -\frac{5\pi}{12} + \pi n$$

Критерии:

Обоснованно получен правильный ответ: 20 баллов

Допущена арифметическая ошибка, при этом весь дальнейший ход решения был верным: 10 баллов

Решение не соответствует ни одному из критериев: 0 баллов

3. Решите задачу (20 баллов)

В комнату площадью 4 на 5 метров с высотой потолков 2,5 м решили положить тёплый пол. Известно, что каждый квадратный метр стен и потолка выпускает в единицу времени тепло пропорционально разности температур в комнате и на улице. Коэффициент пропорциональности 1,5. Каждый метр нагревательного элемента способен выдавать до 500 Вт тепловой мощности. Температура на улице опускается до -30°C .

Сколько метров нагревательного элемента нужно уложить, чтобы поддерживать в комнате температуру в 23°C в холодное время?

Какую температуру можно будет поддерживать, если уложить на метр меньше?

При нормальном атмосферном давлении какова будет масса воздуха в комнате при температуре 23°C ?

Решение:

Общая площадь стен и потолка 42,5 м. Тогда при максимальной разнице температур мощность тепловых потерь будет $1,5 \cdot 53 \cdot 42,5$ Вт. Для компенсации потерь нужно $L = 1,5 \cdot 53 \cdot 42,5 / 500 = 6,76$ м тепловыделяющего кабеля. Если положить на метр меньше, то из той же формулы разность температур может достигать 45,16 градусов, то есть

дома можно поддерживать только 15,16 градусов тепла. Массу воздуха находим из уравнения Менделеева-Клапейрона: $m = \frac{MPV}{RT} = 58,16$ кг.

Критерии:

Верно приведены формулы и посчитаны все значения в задаче – 20б.

Допущена ошибка вычислениях, но все формулы и преобразования приведены верно – 10б.

Верна решена только часть задачи – 5б.

4. Решить задачу (20 баллов)

Космический зонд для путешествий за пределы Солнечной системы оснащён солнечным парусом. Доля отражающихся от паруса частиц – 0.9. В развёрнутом состоянии парус имеет площадь 500 м². Общая масса зонда – 50 кг. Приняв, что мощность солнечного света на орбите Земли 1200 Вт/м², найдите какое ускорение может сообщать зонду парус на расстоянии 2 а.е. от Солнца.

Решение:

Мощность излучения от Солнца будет убывать пропорционально квадрату расстояния от Солнца, так как выделившаяся в единицу времени мощность распределяется по поверхности сферы расходящегося от Солнца излучения, то есть мощность на расстоянии 2 а.е. будет равно 300 Вт/м². Давление света находится по формуле $p = I(1+r)/c$. Сила давления F будет равна $F = pS = IS(1+r)/c = (300*500*1,9) / 3*10^8$ (Н), тогда ускорение равно 19 мкм/с²

Критерии:

Верно приведены формулы и посчитаны все значения в задаче – 20б.

Допущена ошибка вычислениях, но все формулы и преобразования приведены верно – 10б.

5. Решить задачу (20 баллов)

Однородное проводящее кольцо подключено скользящими контактами к источнику, подающему на контакты напряжение U . Радиус кольца R , радиус проволоки, из которой изготовлено кольцо – r . Кольцо изготовлено из материала с удельным электрическим сопротивлением ρ .

Какую максимальную тепловую мощность может выделять кольцо?

Решение:

Длина кольца $2\pi R$. При подключении двух скользящих контактов образуется параллельное соединение проводников длиной L_1 и L_2 , причём $L_1 + L_2 = 2\pi R$. Общее сопротивление при этом по формуле для параллельного сопротивления равно $R_{\text{эл}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$. Представим R_2 как $2\pi R_{\text{эл}} - R_1$. Тогда выражение для общего сопротивления примет вид квадратичной функции ветвями вниз. Расчёт координат максимума функции показывает, что сопротивлению максимально при подключении проводов к диаметрально противоположным частям кольца, а минимально при сближении контактов, но без соприкосновения, поскольку это вызовет короткое замыкание и ток по кольцу не пойдёт в принципе. Сопротивление каждого участка находится по формуле $R_{\text{эл}} = \rho_{\text{эл}} l / S$, где $l = L_1$ и L_2 для двух участков соответственно и πR в предельном случае. Поскольку для параллельного соединения мощность $P = U^2 / R_{\text{эл}}$, получаем, что минимальная мощность $P_{\text{min}} = U^2 r^2 / \rho r$, а максимальная стремится к бесконечности.

Критерии:

Верно приведены формулы и посчитаны все значения в задаче, проведён анализ функции сопротивления в зависимости от положения контактов – 20б.

Допущена ошибка в вычислениях, но все формулы и преобразования приведены верно – 10б.

Не показано, что ток разветвляется при движении по кольцу – 0б